



GIMNAZIUL  
„SFÂNTUL VASILE”  
PLOIEȘTI

Concursul interjudețean  
de matematică  
„DISCIPOLII LUI LAZĂR”  
24 martie 2012

**Clasa a III-a**

**Gheorghe Lazăr**



Întemeietorul învățământului  
matematic în limba română

**SUBIECTE:**

1. Calculați:

$$408 + 408:4 - 2 \cdot \{ 24 + 6 \cdot [ 7 + 3 \cdot (15 - 5 \cdot 2) ] \} =$$

\*\*\*

2. Furnicuța Ella și surorile ei se deplasează în șir indian către mușuroi. Ea observă că numărul furnicilor care merg în fața sa este de șapte ori mai mare decât numărul celor care o urmează. Știind că în șir sunt 97 furnicuțe, află a câta din șir este Ella.

*Prof. Camelia Pristoleanu*

3. Determinați numerele a și b știind că a este de cinci ori mai mare decât b și dacă micșorăm pe a cu trei și-l mărim pe b cu trei, câtul lor se micșorează cu 1.

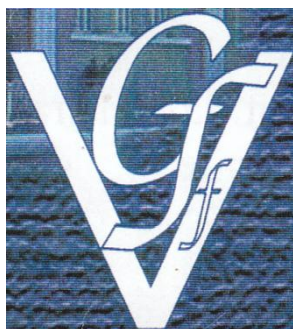
*Prof. Lidia Mihaela Ionescu*

4. Cei 101 dalmațieni au în total 669 de pete. Se știe că 28 dintre ei au câte 9 pete, 39 au câte 7 pete, 16 au câte 8 pete, iar ceilalți au o singură pată sau niciuna. Câți căței au o singură pată ?

*Prof. Ilarie Lazăr*

**SUCCES!**

Notă: Timp de lucru – 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă se notează cu 10 p.



GIMNAZIUL  
„SFÂNTUL VASILE”  
PLOIEȘTI

Concursul interjudețean  
de matematică  
„DISCIPOLII LUI LAZĂR”  
24 martie 2012

**Clasa a IV-a**

**Gheorghe Lazăr**



Întemeietorul învățământului  
matematic în limba română

**SUBIECTE:**

1. Ana, o elevă de 9 ani, și-a notat în caietul de matematică: „Dacă împart triplul succesivului produsului dintre 8 și dublul lui 5 la numărul care reprezintă vârsta mea, obțin un număr de 7 ori mai mic decât numărul  $\overline{abc}$ , parola cu care deschid căsuța de e-mail.” Aflați parola Anei.

*Prof. Tatiana Pană*

2. Am o carte cu 100 de pagini. Rup la întâmplare 40 de file din carte. E posibil ca suma numerelor cu care sunt numerotate paginile rămase să fie mai mică sau cel mult egală cu 200?

*Prof. Doinița Rogoza*

3. Dan adaugă la ziua sa de naștere numărul 3, apoi înmulțește suma cu 2 și scade 4. Rezultatul obținut îl înmulțește cu 5 și adaugă luna nașterii, obținând în final 321. Cosmin efectuează aceleași operații cu ziua și luna datei sale de naștere și obține același rezultat. Știind că cei doi băieți sunt născuți în anul 2000 și că Dan este mai mic decât Cosmin, aflați ziua și luna în care s-a născut fiecare.

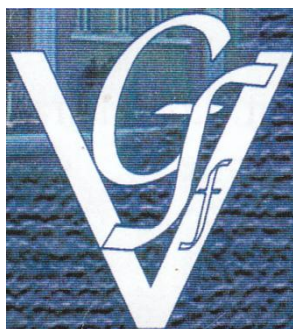
*Prof. Maria Comănescu și Prof. Florica Dobre*

4. Ali Baba și cei 40 de hoți au în total 267 pungi cu aur. 7 hoți au câte 9 pungi de aur, 9 câte 8 pungi, 16 câte 6 pungi, iar ceilalți câte o singură pungă sau niciuna. Știind că Ali-Baba are de 5 ori mai multe pungi cu aur decât au în total cei cu o singură pungă, aflați câte pungi cu aur are Ali-Baba.

*Prof. Ilarie Lazăr*

**SUCCES!**

Notă: Timp de lucru – 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă se notează cu 10 p.



GIMNAZIUL  
„SFÂNTUL VASILE”  
PLOIEȘTI

Concursul interjudețean  
de matematică  
„DISCIPOLII LUI LAZĂR”  
24 martie 2012

**Clasa a V-a**

**Gheorghe Lazăr**



Întemeietorul învățământului  
matematic în limba română

**SUBIECTE:**

1. Aflați numerele naturale de forma  $\overline{ab}$  care, împărțite la 36, dau restul un pătrat perfect.

*Gazeta matematică*

2. Un număr natural de forma  $\overline{abcd}$  se numește *senzațional* dacă  $2 \cdot \overline{ab} = \overline{cd}$ .

- a) Câte numere *senzaționale* există?  
b) Arătați ca orice număr *senzațional* se divide cu 17.

*Prof. Ioana Crăciun și Prof. Gheorghe Crăciun*

3. Numerele naturale se scriu ca mai jos până se completează rândul ce conține numărul 2012.

1					
2	3				
4	5	6			
7	8	9	10		
11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	21
...	...	...	...	...	...

- a) Care este ultimul număr de pe rândul 23 ?  
b) Pe al câtelea rând va fi scris numărul 2012?

*Prof. Nicolae Tălău*

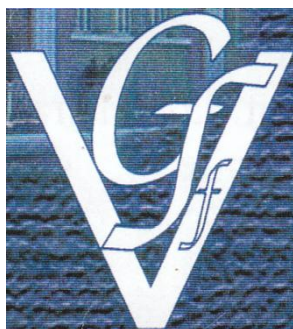
4. Fie  $n$  un număr natural astfel încât mulțimea:

$A = \{2n-15; 3n-28; 4n-13; 6n-23; 7n-48; 12n+5; 13n+82; 14n+27; 16n+17; 17n+12\}$  conține 9 numere prime. Demonstrați că mulțimea  $A$  conține și un pătrat perfect.

*Conf. univ. dr. Cristinel Mortici*

**SUCCES!**

Notă: Timp de lucru – 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă se notează cu 10 p.



GIMNAZIUL  
„SFÂNTUL VASILE”  
PLOIEȘTI

Concursul interjudețean  
de matematică  
„DISCIPOLII LUI LAZĂR”  
24 martie 2012

**Clasa a VI-a**

**Gheorghe Lazăr**



Întemeietorul învățământului  
matematic în limba română

**SUBIECTE:**

1. Aflați numerele prime  $a, b, c, d$  știind că  $(a+b)(a+c)(a+d) = 315$ .

*Prof. Nicolae Ivășchescu*

2. Fie  $n$  număr natural.

- a) Să se demonstreze că  $10^n + n$  se divide cu 3 dacă și numai dacă  $n \cdot 10^n + 1$  se divide cu 3.  
b) Să se demonstreze că  $5^n + n$  se divide cu 3 dacă și numai dacă  $n \cdot 5^n + 1$  se divide cu 3.

*Prof. Carmen Angelescu și Prof. Nicolae Angelescu*

3. În triunghiul isoscel  $ABC$  cu  $[AB] \equiv [AC]$  considerăm punctele  $D \in (AC)$  și  $E \in (CA)$ , astfel încât  $[AC] \equiv [ED]$  și punctul  $T \in (BC)$ . Demonstrați că  $DT \parallel AB$  dacă și numai dacă  $[EB] \equiv [ET]$ .

*Gazeta matematică*

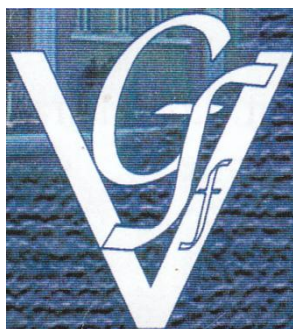
4. Pe o masă sunt 7 cartonașe pe care sunt scrise cifrele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, cu ajutorul cărora este permis să se alcătuiască mulțimi de numere prin alipirea a câteva cartonașe. De exemplu,  $\{126, 43, 7, 5\}$ ,  $\{17, 52, 436\}$  sau  $\{17263, 4, 5\}$  (toate cartonașele trebuie folosite).

- a) Este posibil să se obțină o astfel de mulțime care să aibă suma elementelor 2012?  
b) Dar dacă am avea la dispoziție 49 de cartonașe pe care sunt scrise cifrele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, fiecare cifră fiind scrisă de exact 7 ori, este posibil să se obțină o mulțime care să aibă suma elementelor 2012?

*Conf. univ. dr. Cristinel Mortici*

**SUCCES!**

Notă: Timp de lucru – 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă se notează cu 10 p.



GIMNAZIUL  
„SFÂNTUL VASILE”  
PLOIEȘTI

Concursul interjudețean  
de matematică  
„DISCIPOLII LUI LAZĂR”  
24 martie 2012

**Clasa a VII-a**

**Gheorghe Lazăr**



Întemeietorul învățământului  
matematic în limba română

**SUBIECTE:**

1. Fie  $x, y > 0$  astfel încât  $x \cdot y = 1$ . Arătați că: 
$$\frac{1}{x^5+y^3} + \frac{1}{x^3+y^5} \leq \frac{x+y}{2}$$

*Lector univ. dr. Dinu Teodorescu*

2. Fie trapezul ABCD cu AB paralelă cu CD și  $AB < CD$ . Bisectoarele unghiurilor  $\widehat{ADC}$  și  $\widehat{BCD}$  se intersectează în I, iar paralela prin I la bazele trapezului intersectează AD în E și BC în F. Dacă  $IE=IF$  arătați că trapezul ABCD este isoscel și  $\frac{ID + IC}{2} < EF$ .

*Lector univ. dr. Dinu Teodorescu*

3. Determinați o mulțime  $A \subset \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$  formată din 14 elemente; știind că produsul elementelor lui A are ultima cifra 3 și se divide cu puterea a 22-a a unui număr prim.

*Conf. univ. dr. Cristinel Mortici*

4. Fie triunghiul ABC cu  $AB < AC$  și  $D \in AB$ ,  $E \in AC$  astfel încât  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{2}{3}$ .

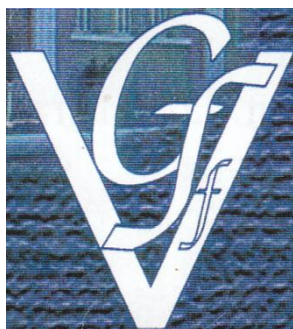
Fie F și G proiecțiile punctelor D și E pe bisectoarea unghiului BAC, iar M și N mijloacele segmentelor AD, respectiv AE. MF intersectează NG în P. Arătați că :

- a) Triunghiul PFG este isoscel;  
b)  $AC=AB+3PG$ .

*Lector univ. dr. Dinu Teodorescu*

**SUCCES!**

Notă: Timp de lucru – 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă se notează cu 10 p.



GIMNAZIUL  
„SFÂNTUL VASILE”  
PLOIEȘTI

Concursul interjudețean  
de matematică  
„DISCIPOLII LUI LAZĂR”  
24 martie 2012

**Clasa a VIII-a**

**Gheorghe Lazăr**



Întemeietorul învățământului  
matematic în limba română

**SUBIECTE:**

1. Fie cubul  $ABCD A'B'C'D'$  de muchie  $a$  și punctele  $P \in (B'C')$ , astfel ca  $m(\widehat{PA'B'}) = 30^\circ$ , și  $M \in (DC)$  astfel încât  $m(\widehat{MAD}) = 60^\circ$ . Se cere:
- Demonstrați că punctele  $A, A', P$  și  $M$  sunt coplanare;
  - Aflați aria patrulaterului determinat de punctele  $A, A', P, M$ .

*Prof. Nicolae Radu*

2. Fie cubul  $ABCDEFGH$  și  $M$  mijlocul muchiei  $AB$ ,  $AB=2\text{cm}$ .
- Să se calculeze aria secțiunii determinate în cub de planul  $(HFM)$ .
  - Să se calculeze cosinusul unghiului plan corespunzător diedrului  $((HFM), (BCG))$ .

*Prof. Ilarie Lazăr*

- 3.
- Dacă  $x, y, z > 0$  demonstrați că :  $(x^3 + y^3 + z)(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + z) \geq (x + y + z)^2$
  - Dacă  $x, y, z > 0$  și  $x+y+z=1$ , demonstrați că  
$$\frac{xy}{x^3 + y^3 + z} + \frac{yz}{y^3 + z^3 + x} + \frac{zx}{z^3 + x^3 + y} \leq 2 + 3xyz.$$

*Conf. univ. dr. Cristinel Mortici*

4. Fie  $x \in \mathbf{R}$ . Demonstrați că, dacă numerele  $a = x^3 - x$  și  $b = x^2 + 1$  sunt raționale, atunci  $x$  este rațional.

*Prof. Tatiana Pană*

**SUCCES!**

Notă: Timp de lucru – 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă se notează cu 10 p.